ПРЕДЕЛЫ

Замечательные пределы функций вещественного переменного

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ - первый замечательный предел.

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ - второй замечательный предел.

Следствия второго замечательного предела:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e; \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=e;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^a-1}{x}=\ln a; \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1;$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^a-1}{x}=a.$$

Пределы некоторых числовых последовательностей

Если a и b - вещественные числа, причем $a>0,\ \ b>1$, то для числовых последовательностей с номером $n\to\infty$ имеют место следующие соотношения

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n=e; \quad \lim_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}=e; \quad \lim_{n\to\infty}\frac{a^n}{n!}=0;$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^a}{b^n}=0; \quad \lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}=1; \quad \lim_{n\to\infty}n\left(\sqrt[n]{a}-1\right)=\ln a;$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}}=1; \quad \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1; \quad \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}=1.$$

Формула Стирлинга

$$n!=\sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^n e^{\frac{\theta}{12n}}; \qquad (0<\theta<1).$$

Применяется для оценки сходимости рядов, содержащих $n!$. При этом $n!\approx\sqrt{2\pi n}\cdot\left(\frac{n}{e}\right)^n$, а погрешность менее $e^{\frac{\theta}{12n}}-1$.